



Orijinal Makale / Original Article

M. C. Escher perspektifinde İslam sanatında geometrik desenler tasarımı

Design of geometric patterns in Islamic art in the perspective of M. C. Escher

Ezgi KARA

Türkiye Cumhuriyeti Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara, Turkey

MAKALE BİLGİSİ

Makale hakkında

Geliş tarihi: 15 Kasım 2021

Kabul tarihi: 20 Aralık 2021

Anahtar kelimeler:

Desen tasarımı, Elhamra Sarayı, hiperbolik geometri, İslami geometrik desenler, Maurits Cornelis Escher, simetri.

ARTICLE INFO

Article history

Received: 15 November 2021

Accepted: 20 December 2021

Key words:

Pattern design, Alhambra Palace, hyperbolic geometry, Islamic geometric patterns, Maurits Cornelis Escher, symmetry.

ÖZ

Matematik ve sanat kavramları tanım, içerik ve kapsam yönlerinden pek çok araştırmanın konusu olmuştur. Bu iki kavram birbirinden bağımsız gibi gözükse de matematiğin ve onun çalışma alanı olan geometrinin sanat olarak uygulandığı, sanatın da matematiğe yön verdiği çalışmalar mevcuttur. Bu çalışma alanlarından biri geometrinin, süsleme sanatı olarak icra edildiği İslam sanatında geometrik desen tasarımlarıdır. Bu tasarımlar cetvel ve pergel yardımı ile geometri kurallarına dayanılarak yapılan çizimlerdir. Oluşturulan geometri zeminleri üzerinden desenler üretilerek ulaşılan tasarımlar çeşitli alanlarda süsleme unsuru olarak kullanılır. Bununla birlikte matematiği ve geometriyi sanat icrasında kullanarak çalışmalarına yön veren en önemli isimlerden biri ise ressam ve grafik sanatçısı Maurits Cornelis Escher'dir. Escher, sanatında simetri gruplarını, limit, paradoks, hiperbolik geometri ve Poincare disk modelini kullanmıştır. M. C. Escher'in matematiği sanat unsuru olarak kullanmasında İslam sanatında geometrik desenlerin örnekleriyle karşılaşmasının etkileri vardır. İspanya'da bulunan Elhamra Sarayı ziyaretinde, sarayda bulunan İslam sanatında geometrik desenlerden ilham almıştır. Bu ilhamla kendi fantastik tasarımlarına yön vermiştir ve kendi döneminde gerçekleşen matematiksel keşifleri çalışmalarına entegre etmiştir. Escher, bu çalışmalarıyla dönemin matematikçilerine ilham kaynağı olmuş, Escher'in çalışmaları bilime ve sanata yön veren bazı makalelerde yer almıştır. Bu makalede ise Escher'in İslam sanatında geometrik desenlerin örneklerini barındıran İspanya'da bulunan Elhamra Sarayı'nı ziyareti ile çalışmalarına nasıl yön verdiği ve bilimsel gelişmeleri kendi çalışmalarına nasıl entegre ettiği çeşitli örneklerle incelenmiştir. Benzer yaklaşımla İslam sanatında geometrik desenler ile uygulamalar yapılarak yeni desen tasarım yöntemi araştırılmıştır. Escher'in geometri alanındaki gelişmeleri kendi sanatına nasıl uyguladığına bir örnek sunularak, İslam sanatında geometrik desenlerde benzer yöntemlerle uygulamalar yapılmıştır. Escher'in çalışmalarından yola çıkılarak hiperbolik geometriye ulaşılmıştır. Ulaşılan hiperbolik geometri zemininde İslam sanatında geometrik desen örneklerinden uygulamalar yapılarak sunulmuştur.

*Sorumlu yazar / Corresponding author

*E-mail address: ezgi_kara90@hotmail.com



Published by Yıldız Technical University Press, İstanbul, Turkey

Copyright 2021, Yıldız Technical University. This is an open access article under the CC BY-NC license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

ABSTRACT

The concepts of mathematics and art have been the subject of many studies in terms of definition, content and scope. Although these two concepts seem to be independent of each other, there are studies in which mathematics and its field of study, geometry, are applied as art and art directs mathematics. One of these fields of study is geometric pattern designs in Islamic art, where geometry is performed as an ornamental art. These designs are drawings made based on the rules of geometry with the help of ruler and compass. The designs reached by producing patterns on the created geometry floors are used as decoration elements in various fields. In addition, one of the most important names that directs his works by using mathematics and geometry in art performance is painter and graphic artist Maurits Cornelis Escher. Escher used symmetry groups, limit, paradox, hyperbolic geometry and the Poincare disk model in his art. M. C. Escher's use of mathematics as an art element has effects on encountering examples of geometric patterns in Islamic art. During his visit to the Alhambra Palace in Spain, he was inspired by the geometric patterns in Islamic art in the palace. With this inspiration, he directed his own fantastic designs and integrated the mathematical discoveries of his time into his work. Escher inspired the mathematicians of the period with these works, and Escher's works took place in some articles that gave direction to science and art. In this article, Escher's visit to the Alhambra Palace in Spain, which contains examples of geometric patterns in Islamic art, has been examined with various examples. With a similar approach, a new pattern design method has been researched by making applications with geometric patterns in Islamic art. Based on Escher's work, hyperbolic geometry was reached. It has been presented by making applications from geometric pattern examples in Islamic art on the basis of the hyperbolic geometry reached.

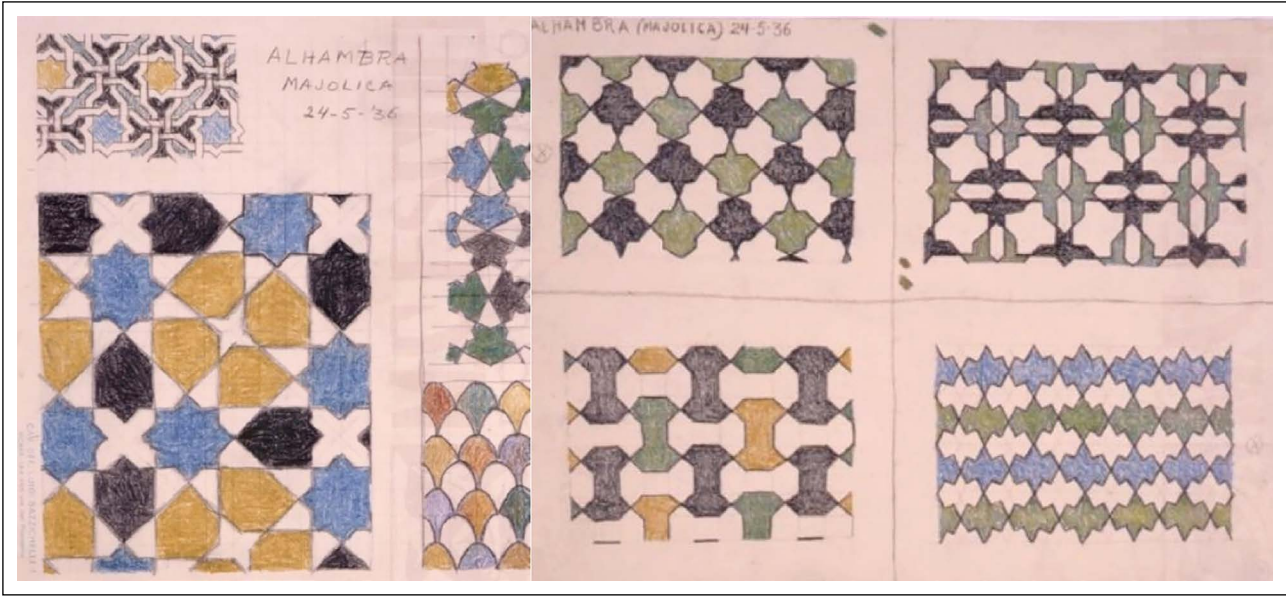
Cite this article as: Kara E. Design of geometric patterns in Islamic art in the perspective of M. C. Escher. Yıldız J Art Desg 2021;8:2:105–116.

GİRİŞ

Sanat; Türk Dil Kurumu'nun sözlüğünde yer alan tanımına göre bir duygu, tasarı, güzellik vb.'nin anlatımında kullanılan yöntemlerin tamamı veya bu anlatım sonucunda ortaya çıkan üstün yaratıcılıktır (Türk Dil Kurumu Bakanlığı, 2019). Bu sanat tanımına göre sanatçı duygu ve düşüncelerini çeşitli teknik ve yöntemlerle yaratıcı bir şekilde ifade eden kişidir. Sanatta estetik ve güzellik olguları hâkimdir. Bu olgular göreceli ve öznelidir. Kişi kendi yaşantı ve his dünyasındaki tüm verileri zihninde organize ederek fiziki dünyaya kendi yöntemleri ile aktarır. Bu aktarım sonucunda ortaya çıkan eser izleyiciler ve sanatçı arasında bir sembol ve mesaj niteliği taşır. Sanatçı bu dışı vurumda bazen bir renk bazen bir dokunuş bazen bir kelime bazen de fırça darbesi kullansa da tüm bu yöntem ve teknikler, düşünce ve hislerin aslında birer sembolleri, fiziksel dünyada görünür halleridir.

Matematik; “biçim, sayı ve çoklukların yapılarını, özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri us bilim yoluyla inceleyen ve sayı bilgisi, cebir, uzay bilim gibi dallara ayrılan bilim” olarak Türk Dil Kurumu sözlüğünde tanımlanmıştır (Türk Dil Kurumu Bakanlığı, 1983). Bu kavramı matematik ve bilgisayar programlama profesörü olan Timur Karaçay insanlığın ortak düşünme aracı, evrensel dili, bilimi ve sanatı olarak görmektedir. Karaçay'a göre matematik insan aklının güzelliğini ve yüceliğini gösteren yetkin bir yapıttır (Karaçay, 2001). Bu ifadelerden yola çıkılarak matematik;

fiziksel gerçeklikte algılanan olguların zihne aktarılması ve zihinsel süreçlerden (akıl yürütme, yorumlama, sonuca varma, örgütlenme gibi) geçirilerek sayı sembol ve şekillerle ifade edilmesi olarak tanımlanabilir. Burada ifade edilen matematiksel gerçeklik ile fiziksel gerçeklik birbirlerinden farklı kavramlardır. Sanat ile matematiğin ayrıldığı noktalardan biri de budur. Fiziksel gerçeklik matematik biliminin çalışma alanlarından biridir ve geometri ile ilişkilidir. Bu sebeple geometri ve sanatın matematiğe göre daha fazla kesişimi bulunmaktadır. Geometrinin ortaya çıkışı Aristo'ya göre fiziksel gerçeklikteki ölçme ve hesaplama, çizme ve ifade etme ihtiyacından kaynaklanmaktadır (Ülger, 2006). Fiziksel gerçeklikte nesneler tam olarak ölçülemez. Bir nesnenin gerçek uzunluğu yoktur, mevcut tüm ölçümler matematik evrenine aktararak yapılan kaba bir yaklaşımdır. En küçük zerre bir nokta, en ince eğrisiz bir tel de doğru değildir (Lockhart, 2018). Burada insan beyninin gördüklerini zihin dünyasına aktarması söz konusudur, aktarılan evren ise matematik evrenidir. Çizgi, nokta, eğri ve açılar algı araçlarıdır. Bu araçların kullanıldığı ve ifade edildiği yerde sanat ve matematik kesişir. Sanatçı matematikçiden farklı olarak duygularını ve özneliğini de kullanabilir. Sanatçının fiziksel gerçekliği, bunları ifade ediş şekli sembol ve çizgiler olabilirken bununla birlikte çeşitlilik gösterebilir. Matematikçi ise zihnindeki matematik evrenini sayı sembol ve şekillerle nesnel bir biçimde ifade eder. Bu şekil ve semboller sanatsal nitelik taşıyabilir. İslam Sanatında Geometrik desenler bu duruma örnek olarak gösterilebilir. İslam



Şekil 1. Escher'in Elhamra Saray eskizleri.

Sanatında Geometrik desenlerde geometri süsleme sanatı olarak kullanılmıştır. Bu duruma bir diğer örnek ise M. C. Escher'in çalışmalarıdır. Escher'in bazı çalışmalarında geometri zemin olarak kullanılırken bazı çalışmalarında ise matematik kavramları çeşitli figürlerle görselleştirilmiştir. Ayrıca eserlerinde geometrik cisimlerin obje olarak yer aldığı da görülmektedir.

M. C. Escher ve Elhamra Sarayı

Elhamra Sarayı, İspanya'nın Granada şehrinde bulunmaktadır. Yapımı 13. yüzyıldan 15. yüzyıla kadar dayanmaktadır. Nasri Sultanlığı döneminde, devletin merkezi olan bu saray, hükümdarın değişmesi ile yeni yapılar eklenerek bir kompleks haline gelmiştir. Günümüze kadar korunmuş olan eser şu anda müze olarak ziyaretçilere açıktır. Eser, Orta Çağ İslam medeniyetinin en dikkat çeken eserlerinden biridir (Erten Bilgiç & Hosny Abdelhamid, 2019). Geometrinin süsleme sanatı olarak kullanıldığı yerlerden biri İspanya'da bulunan bu Elhamra Sarayıdır. Matematikğin konusu olan düzlemde alan kaplama problemine sanatsal bakış açısı ile bu yapıda yer verilmiştir.

Hollandalı sanatçı Maurits Cornelis Escher, çalışmalarını sanat, geometri ve matematik ile şekillendirmiştir. Grafik sanatçısı M. C. Escher'i diğer sanatçılardan ayıran özelliklerden biri eserlerini hassas geometrik hesaplarla ortaya koymasındır. Escher'in hayatının dönüm noktalarından biri 1920 yılında Elhamra Sarayı'na yaptığı ziyaretidir. Escher'e göre; Elhamra Sarayı en zengin ilham kaynağıdır. Gördüğü desenlerin karmaşıklığını ve geometrisini övmüş, bu desenleri geometri sanatçılığı olarak nitelendirmiştir (Bool, Kist, Wierda, & Locher, 1992).

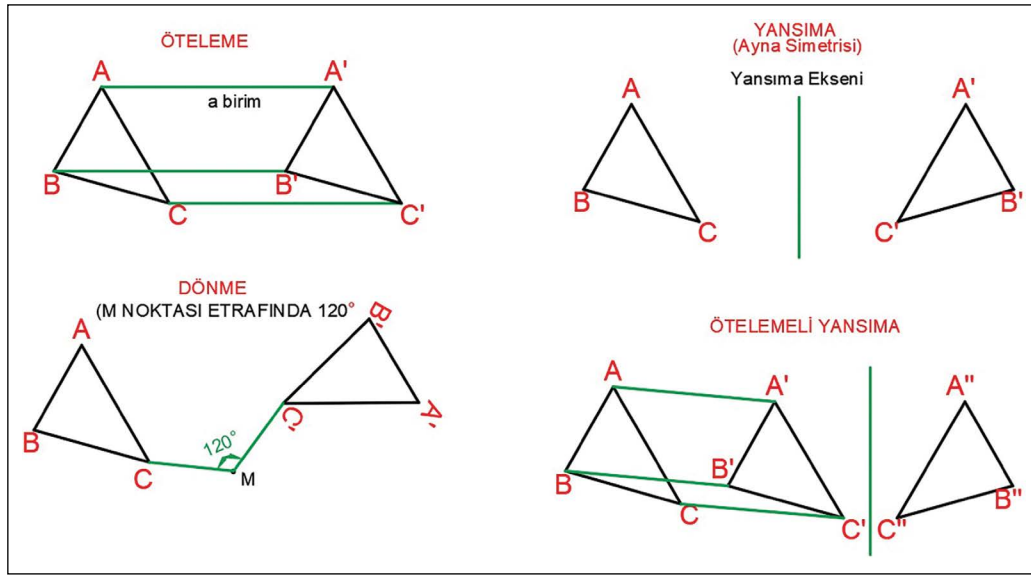
Escher'in Elhamra Sarayı'nda gördüğü İslami geometrik desenler düzlemin düzenli bölümlendirilmesi ve simetri konusuna yönelmesini sağlamıştır. Şekil 1'de Escher'in El-

hamra Sarayı ziyaretlerinde yapmış olduğu eskizlerinden örnekler sunulmuştur.

Escher, Elhamra Sarayı'nda bulunan geometrik desenlerin eskizlerini oluşturup geometri yapılarını çalışmış ve daha sonra desenlerde var olan simetri özelliklerini kullanarak kendi figürlerini yerleştirmiştir. Desenlerde o dönem bilinen dört temel simetri özelliği mevcuttur. Şekil 2'de bu dört temel simetri türüne örnek görseller yer almaktadır.

Escher, Elhamra Sarayı desenlerinde bulunan bu geometriyi temel alarak, matematiğin konusu olan düzlem kaplama problemi üzerinde çalışmaya başlamıştır. Desenlerde yer alan geometriyi özümlemeye çalışarak kendi çalışmalarına entegre etmiştir. Escher, yaptığı çalışmalarını jeoloji profesörü olan abisi Beer'e göstermiştir. Abisi bu çalışmalarda geometrik yapıyı fark edip Escher'e okuması için çeşitli makaleler vermiştir. Escher'e verdiği makalelerden biri G. Poly'nın yazdığı kristallerde bulunan periyodik moleküler yapılar tarafından tanımlanan 17 simetri grubunun bulunduğu makaledir (Schattschneider, 2010). Bu 17 simetri grubu dört adet bilinen simetrinin çeşitli varyasyonlarından oluşmaktadır. Bu varyasyonlar Şekil 2'deki öteleme simetrisi, dönme simetrisi, yansıma simetrisi ve ötelemeli yansıma simetrisi ile oluşmaktadır.

İslam sanatında geometrik desenlerde dört temel simetrinin var olduğu ve desenlerin bu şekilde üretildiği bilinmektedir. 1924 yılında G. Poly'nın kristallerdeki moleküler yapılarını sınıflandırması ile ortaya çıkan 17 simetri grubunun, Elhamra Sarayı'ndaki desenlerde var olduğu ile ilgili çalışmalar mevcuttur. Bunlardan biri iki matematik öğretmeni Joaquín Valderrama ve Francisco Fernández'in 17 simetri grubunun her biri için Elhamra Sarayı'nda bulunan desenlerden örnekler verdiği çalışmadır. Elhamra Sarayı'nın 17 simetri grubunun tamamının bulunduğu ilk



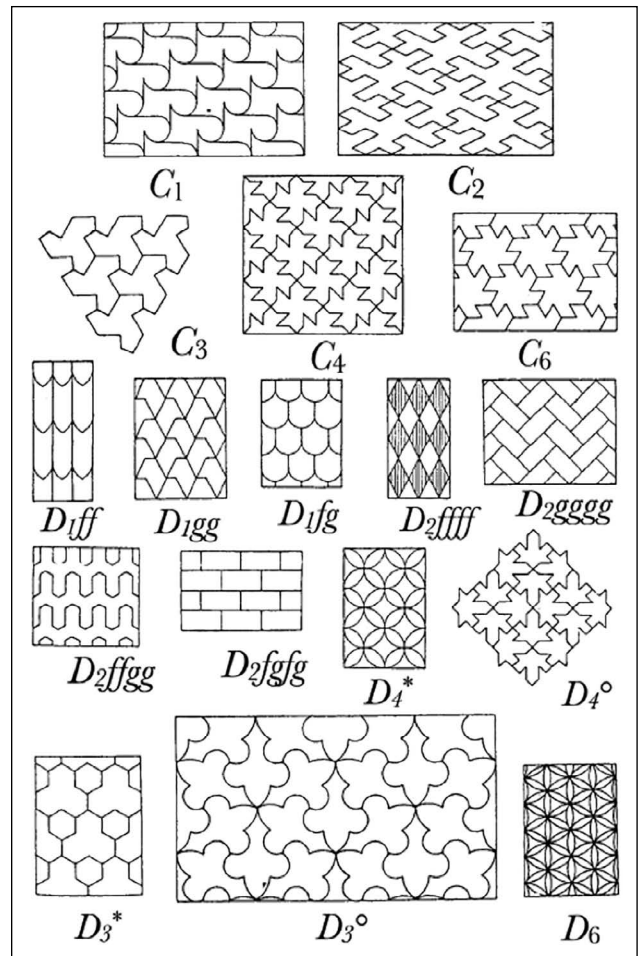
Şekil 2. Dört simetri örneği.

ve tek mimari yapı olduğunu ileri sürmüşlerdir. Bu yapı 17 simetri grubunu içeren grup teorisinin keşfinden çok uzun yıllar önce inşa edilmiştir. Ayrıca yapıda tarih öncesi dönemlerde başlayan ve süsleme unsurları olarak kullanılan frizler de mevcuttur. Geometride Rose Stafford algoritmasına göre yedi tür friz vardır ve bu yedi türün hepsine örnek yine Elhamra Sarayı'nda mevcuttur. Yapıda yer alan neredeyse bütün unsurlar geometri ve matematik yardımı ile inşa edilmiştir ve döneminden çok sonra keşfedilen geometrik unsurları sanat eseri olarak barındırmaktadır (Makarov, 2021).

G. Polya 1924 yılında yazdığı makalesinde düzlemin düzenli bölünmeleri ve düzlemdeki kristalografik simetrisinin varlığını 17 simetri grubu ile açıklamıştır. Her bir grubun özelliklerini açıklamak için makalesinde Şekil 3'te yer alan görseli sunarak süslemelerden örnekler vermiştir (Pólya, 1924).

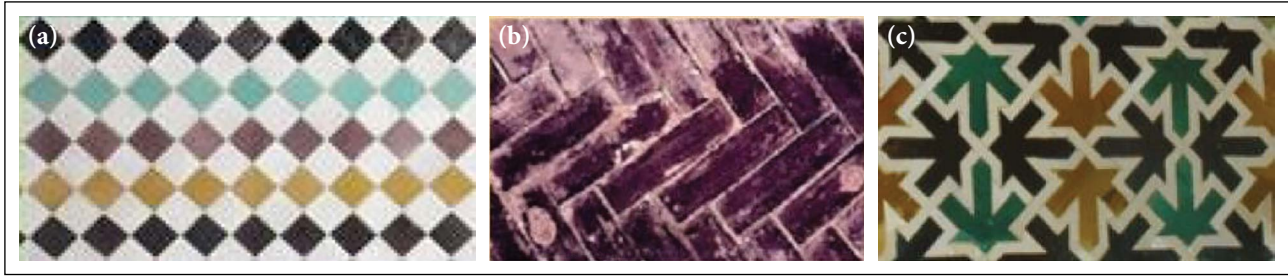
Polya'nın simetri gruplarını görselleştirmek için süslemelerden örnekler vererek oluşturduğu bu görselde, D2ffff, D2gggg, D4° için verdiği örneklerin Elhamra Sarayı'nın bulunduğu şehir olan Gıranada da desen olarak uygulamalarının var olduğu bilinmektedir. Şekil 4'te bu üç simetri grubu için verilen örneklerin desen olarak üç ayrı uygulaması ve bu uygulamaların bulundukları yerler sunulmuştur.

İslam sanatında geometrik desenlerin Kristalografi'nin keşfi olan minerallerin oluşumları sırasında katılaşırken meydana getirdikleri düzenli geometrik şekillerin özelliği olan 17 simetri grubunu barındırdığını söyleyebiliriz (Makarov, 2021). Bir süsleme sanatı ile fizik biliminin aynı özellikleri göstermesi, ortak olarak kullandıkları geometriden kaynaklanmaktadır. Bu durum insanın ruh ve estetik dünyası ile fiziksel gerçeklik arasındaki derin bağı göstermektedir. Burada fizik ile sanatın ortak ifadesinin geometri ve matematik olduğu sonucuna ulaşabiliriz. Sanatta estetik ile doğadaki estetik geometri ile sağlanmış ve bu durum sanat

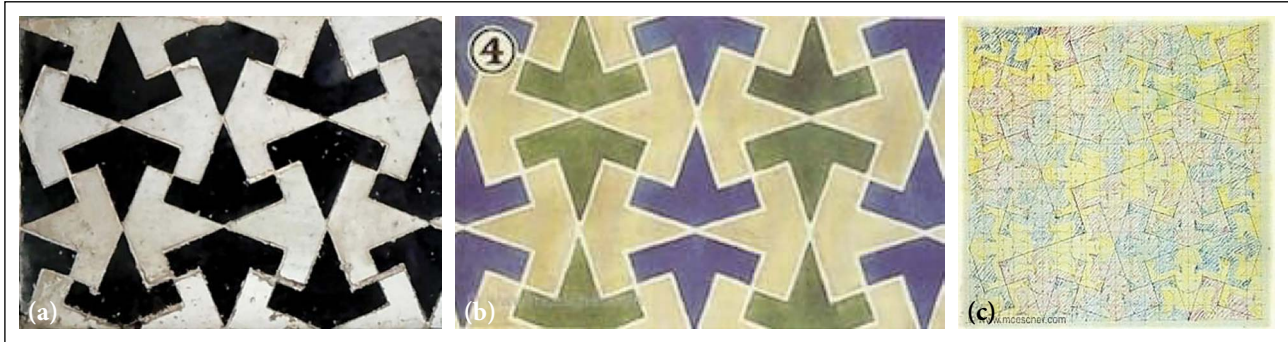


Şekil 3. On yedi simetri grubunu ifade eden görsel.

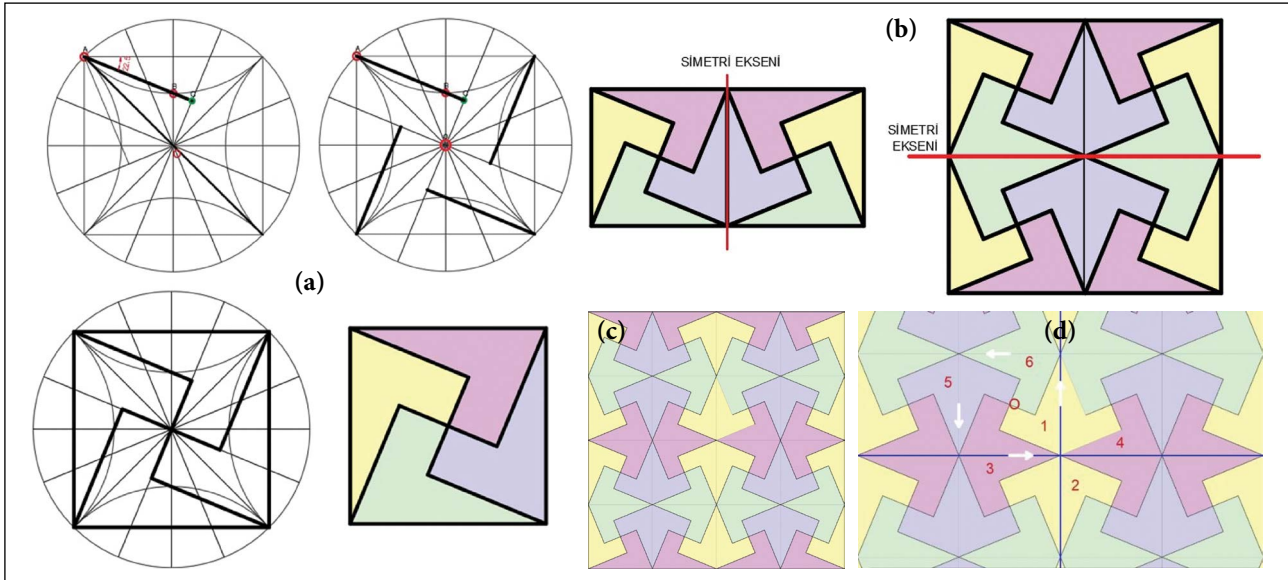
ile geometrinin birbirini destekleyen ilişkisine bir örnek teşkil etmektedir. M. C. Escher de bu estetik ve geometri



Şekil 4. (a) D2ffff : Eksenleri yalnızca her iki dikdörtgen kenarına paralel çevirin (Elhamra Sarayı duvar mozaïği). (b) D2gggg : Yalnızca eksenleri her iki dikdörtgen kenarına paralel olarak kaydırın (Elhamra Sarayı zemin deseni). (c) D4°: Eksenleri 4 katlı dönme merkezleri aracılığıyla çevirin (Granada Arkeoloji ve Etnoloji Müzesi).



Şekil 5. (a) Elhamra Sarayı'nda var olan desen. (b) Escher'in çizimi (Şekil 5a'da bulunan Elhamra deseni). (c) Escher'in aynı deseni zemin olarak kullandığı taslağı.

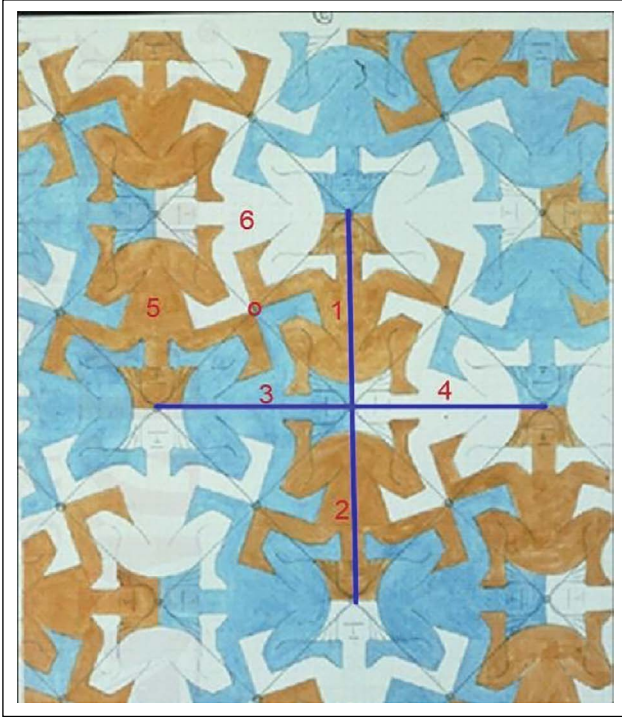


Şekil 6. (a) Elhamra deseninin birim hücresinin çizim aşamaları. (b) Elhamra deseninin simetri eksenleri. (c) Elhamra deseninin simetrisi alınarak yayılmış formu. (d) Elhamra deseninin ayrıştırılması.

ilişkisini baz alarak eserlerinde geometri ve matematiği kullanmış, bilimsel gelişmeleri takip ederek düzlem, boyut, estetik kavramlarını bu bakış açısı ile çalışarak eserlerine yön vermiştir. Bu dikkat çeken çalışmaları ile hem matematik hem de sanatta başarı ve ün kazanmıştır.

M. C. Escher'in Elhamra Saray Desenlerine Yaklaşımı

M. C. Escher'in, çalışmalarında insan, bitki ve hayvan figürlerini kullanarak uygulamalar yaptığı görülmektedir. Escher, Elhamra Sarayı'ndaki geometrik desenleri de algılanabilir insan, hayvan ve bitki figürleri ile tasarlamıştır ve



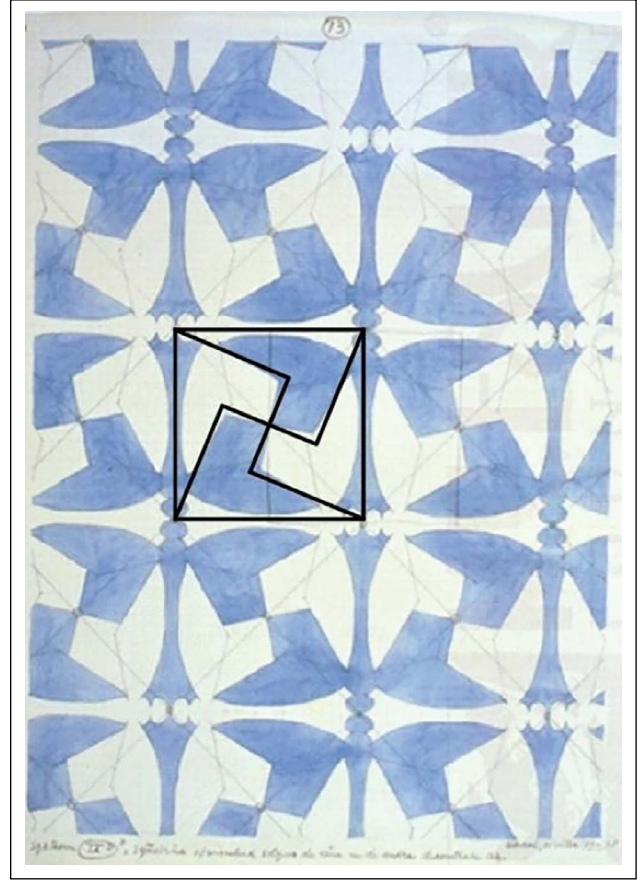
Şekil 7. Escher'in benzer simetri ve yansıma grupları uygulaması (Çinli Çocuk).

'Alanın Düzenli Bölünmesi' adlı kitabında, gördüğü İslam sanatında geometrik desenlerin neden soyut geometrik çizgilerle çalışıldığını ve tanınabilir figürler kullanılmadığını merak ettiğini yazmıştır. Desenlerde yapılabilecek böyle bir uygulamanın karmaşık geometrik yapısının güzelliğinden ödün vermeyeceğini belirtmiştir. Bir Elhamra mozaik desenini işaret ederek onu bir çekiç, kuş veya uçağa benzettiğini söylemiştir. Bu desenler için soyuttan somuta dönüştürülerek alan kaplama probleminin konuşan figürlerle bir uygulamasının neden bulunmadığını merak etmiştir (Bool, Kist, Wierda, & Locher, 1992).

Escher'in sözlerinden onun gördüğü İslami geometrik desenleri bilinen cisimler şeklinde hayal ettiği ve zihninde canlanan nesneler ile yeniden uygulamak istediği anlaşılmaktadır. Escher, bu isteğin sonucunda Elhamra Sarayı'nda gördüğü bir deseni Şekil 5b'de bulunan örnekteki gibi bu desenin çizgilerini ve simetri özelliklerini zemin olarak kullanarak yeni tasarımını inşa etmiştir.

Şekil 5c'deki taslakta Escher'in İslami geometrik desenleri nasıl çalışıp yorumladığına bir örnek görülmektedir. Bu örnekte desenlerin tekrarlanan parçalarına ve simetri kurallarına sadık kalarak zihninde beliren figürleri nasıl yerleştirdiği görülmektedir. Escher'in fantastik figürlerini yerleştirdiği ve görselde yer alan siyah çizgilerden anlaşılan bu Elhamra Sarayı deseni ve desenin çizim aşamaları Şekil 6'da yer almaktadır.

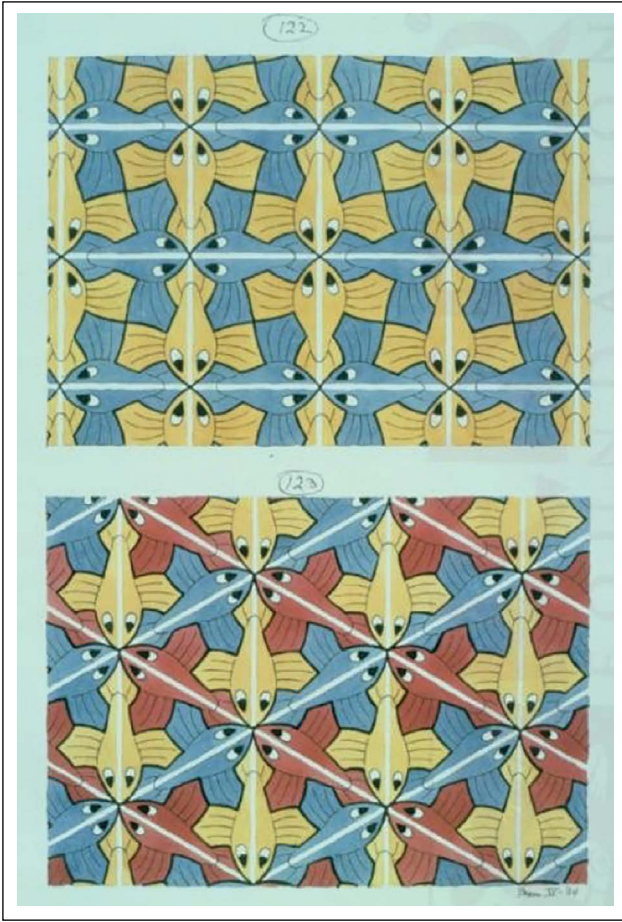
Desen çizilirken karenin çevrel çemberinin merkez açısı ve karenin dört köşe açısı 22.5° 'lik (köşe açılar dörde bölünerek) birimlere aç çizgileri ile bölünür. $|AB|$ aç çizgisi C



Şekil 8. Escher'in hayvan figürü yerleştirerek benzer simetri ve yansıma grupları uygulaması.

noktasına kadar uzatılır. C noktası aynı zamanda merkez aç çizgisi ile $|AB|$ ışının kesişim noktalarıdır. Böylece $\angle ACO$ açısının ölçüsü 90° olur. $|AC|$ doğru parçasına karenin çevrel çemberinin merkezi olan O noktası etrafında dört defa 90° dönme simetrisi uygulanır. C noktası ve onun dönel simetrisi ile elde edilmiş yeni yerleri merkezden geçecek şekilde karşılıklı birleştirilerek desen tamamlanır. Burada farklı renklendirilmiş her bir parça birbirine eştir ve desen zeminindeki O merkezinde 90° 'lik dönel simetriye sahiptir. Bu üretilen kare desen ile bir zemin kaplanabilmektedir. Bunun için öteleme yerine yansıma simetrisi kullanılması gerekir. Bunun sebebi mor renkli parçanın esas desende oluşacak şeklin yarısı olması ve diğer yarısının oluşabilmesi için karenin o kenarının simetri eksenini kabul edilerek yansıma simetrisine ihtiyaç duymasıdır.

Şekil 6b'de mor renkli parçanın yansıma simetrisi ile tamamlandığı görülmektedir. Bu parça Escher'in Şekil 5c'de insan figürünü yerleştirdiği parçadır. Şekil 6b'de yer alan simetri eksenlerine göre ayna simetrisi alınarak deseni yaymaya devam edilmiştir. Oluşacak yeni kenarlar simetri eksenini kabul edilerek ayna simetrisi alındığında Şekil 6c'deki desen elde edilir. Böylece Elhamra Sarayı'ndaki desenin orjinaline ulaşılmış olur (Bkz. Şekil 5a).

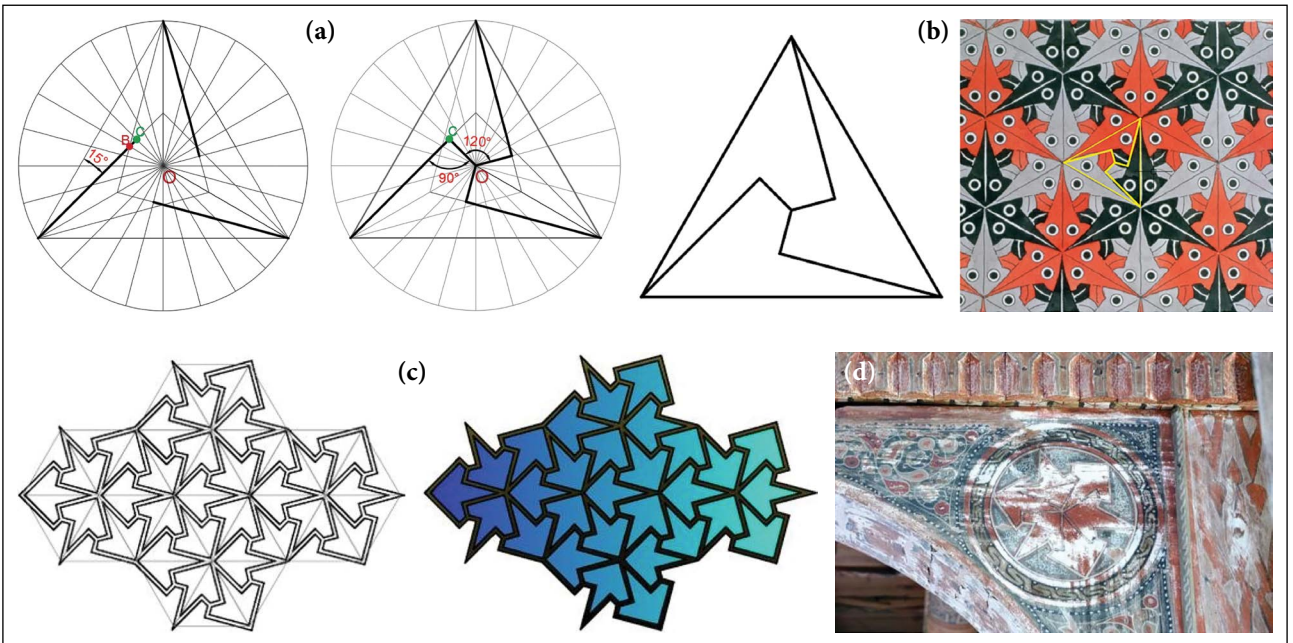


Şekil 9. Escher'in kare ve eşkenar üçgen zeminli çalışması.

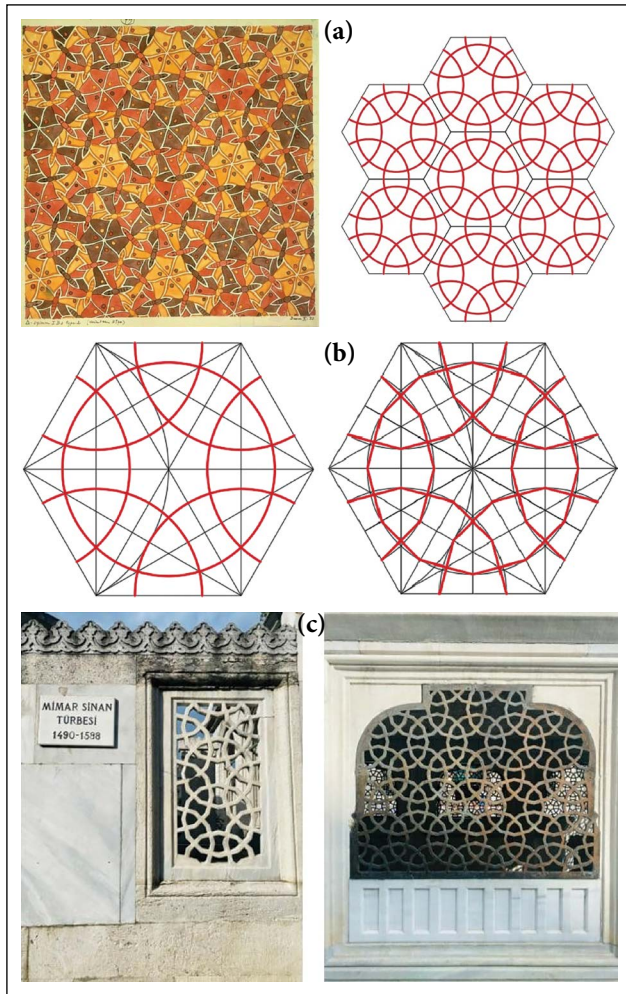


Şekil 10. Escher'in 'Üçgen Sistem' çalışması.

Şekil 6'deki 1 ve 2 numaralı sarı renkli özdeş şekiller kesişim noktalarından geçen yatay eksene göre ayna simetrisine sahiptir. Benzer şekilde 3 ve 4 numaralı özdeş şekiller kesişim noktalarından geçen dikey eksene göre ayna simetrisine sahiptir. Desen bu yansıma simetrisi ile üretebileceği gibi O noktası etrafında 1 numaralı desen birimine uygulanacak



Şekil 11. (a) Eşkenar üçgen zemine aktarım aşamaları. (b) Elde edilen eşkenar üçgen birim hücre ve Escher'in çalışması üzerine aktarımı. (c) Elhamra Sarayına ait bir desenin üçgen zemine aktarımı ile elde edilen desen yayılmış formu. (d) Candaroğlu Mahmut Bey Camii deseni.



Şekil 12. (a) Escher'in çalışması ve onun geometrik zeminini. **(b)** Escher'in çalışmasının geometrik zemininin birim hücresi ve on iki gen formu. **(c)** Mimar Sinan'ın türbesi ve Süleymaniye Cami şadırvanı.

90°'lik dönel simetri ile de üretilebilir. Bu işlem sonucunda sırası ile ok yönlerinde 6, 5, 3 numaralı şekiller elde edilir.

M. C. Escher Elhamra Sarayı'ndaki deseni (Şekil 5a) taslak olarak kullanarak aynı simetri özelliklerine sahip Çinli Çocuk çalışmasını yapmıştır. Bu çalışması, var olan simetri özelliklerini gösteren kılavuz belirteçleri ile Şekil 7'de verilmiştir. Belirteçler takip edildiğinde Şekil 6'deki simetri özelliklerinin aynısına Çinli Çocuk çalışmasında da ulaşılmaktadır.

M. C. Escher'in aynı deseni zemin olarak kullandığı başka çalışmaları da mevcuttur. Bu çalışmalarından bir tanesi Şekil 8'de yer almaktadır. Şekil 6'da verilen desen zeminini Şekil 8'de yerleştirilerek sunulmuştur. M. C. Escher'in bu çalışmasının da dikkat edilirse Şekil 6d ve Şekil 7'de yer alan simetrilere sahip olduğu görülmektedir.

Escher'in çalışma notlarında aynı geometrik özelliklere sahip tasarımlarını hem kare hem de üçgen sistemde çalıştığı görülmektedir. Şekil 9'da bu duruma örnek bir Escher çalışması verilmiştir. Escher, bir desen tasarımını kare ve

eşkenar üçgen sistemlerde ayrı ayrı çalışmış ve bu şekilde aynı geometrik yapıya sahip farklı çokgen zeminlerde yeni tasarımlara ulaşmıştır.

M. C. Escher'in çalışmaları incelediğinde Şekil 10'da yer alan çizimine ulaşılmıştır. Çalışmasına 'Üçgen Sistem' notunu düşerek eşkenar üçgen çizmiştir (M. C. Escher-The Original Website, 2019). Buradan hareketle Escher'in tasarım metodunun desen birim hücresine ait çokgenin çeşidine göre şekillendiği sonucuna ulaşabiliriz.

Escher'in kare zeminli bir deseni (geometrik formu) eşkenar üçgen zemine aktardığı düşünüldüğünde Elhamra Sarayı'nda bulunan Şekil 5a'daki İslami geometrik deseni eşkenar üçgen zeminine aktarabiliriz. Bu aktarım ile elde edilen aşamalar Şekil 11'de sunulmuştur.

Deseni eşkenar üçgene uygularken Şekil 6a'daki adımlar referans alınmıştır. Eşkenar üçgenin her köşesine ve çevrel çemberinin merkezine 15°'lik açı (köşe açıları dörde bölünerek) çizgileri çizilmiştir. Merkez açı çizgisi ile [AB] ışınının kesişimi 90° olacak şekilde C noktası seçilir. [AB] uzatılarak [AC] doğru parçası elde edilir. [AC] doğru parçasına O merkezinde iki kere 120° dönel simetri uygulanır (Üç şekil oluşacağı için $360^\circ/3=120^\circ$ dönme simetrisi gerekmektedir).

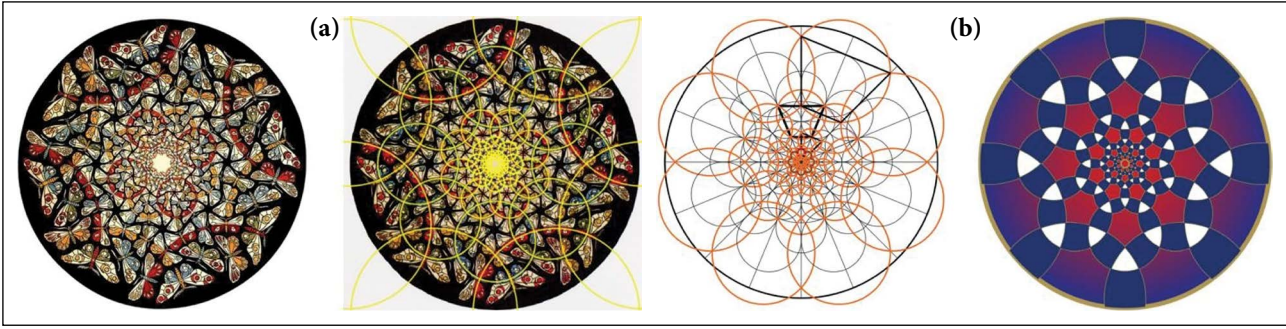
C noktasına O merkezli 120° dönel simetri uygulanması sonucu oluşan noktalar merkez ile birleştirildiğinde Şekil 11b'de yer alan yeni desenin birim hücresi elde edilmiştir. Bu yeni zemin Escher'in çalışmasına yerleştirildiğinde geometrilerinin aynı olduğu Şekil 11b'de görülmektedir. Elde edilen eşkenar üçgen birim hücresinin üçgenin her kenarından ayna simetrisi alınarak çoğaltılıp desen yayıldı-ğında desenin öteleme simetrisinin alınabileceği altıgen zemine ulaşılmaktadır. Altıgen zemine ulaştıktan sonra dört adet altıgen hücre ile elde edilen desenin çift çizgi tekniği ile tasarımı ve renklendirmesi Şekil 11c'de verilmiştir.

Elhamra Sarayı'nda bulunan Şekil 5a'daki İslam sanatında geometrik desenin eş kenar üçgene aktarımı ile elde edilen yeni desende ulaşılan 8 kenarlı çokgenin köşe açıları 90° ve 120°'dir ve bu desen sonsuza yayılabilmektedir. Ulaşılan bu desen, 1336 yılında yapılmış Kastamonu'da bulunan Candaroğlu Mahmut Bey Camii'nde karşımıza çıkmaktadır (Şekil 11d) (Cambaz, 2014).

Escher'in İslam sanatında geometrik desenlerin geometrisine bu şekilde dönüşümler uygulayarak yeni tasarımlara ulaştığı kesin olarak söylenememekle birlikte çalışmalarını incelediğimizde elde ettiğimiz bu metot ile yeni tasarımlara ulaşıldığı görülmüştür. Kare zeminli bir İslam sanatında geometrik desene ait geometriyi üçgen zemine taşıyarak yeni desenler üretilebileceğini ise Şekil 11c'de üretilen desenin Candaroğlu Mahmut Bey Camii'nde bulunuyor olması ile söyleyebiliriz.

M. C. Escher'in Çalışma Yöntemi ile İslam Sanatında Geometrik Desenlere Bakış

Escher'in eserlerine kendi döneminin önemli matematikçileri ile çeşitli görüşme ve yazışmalar yaparak yön verdiği bilinmektedir. Geliştirdiği pentapleks kaplama ve



Şekil 13. (a) Escher'in çalışması. (b) Şekil 13'de verilen çalışmanın analizi.

imkânsız çizim modelleri ile tanınan Nobel ödüllü Roger Penrose, Escher'in kişisel sergisini hayret ve ilgi ile ziyaret etmiştir. Burada Escher'in görelilik çalışmasından ilham alan Penrose, imkânsız cisim modellerini oluşturmuştur. Bu keşfini Escher ile paylaşmıştır. Böylece sanat, geometri bilimine ilham olmuştur. Escher daha sonra Penrose'un imkânsız cisimlerine eserlerinde yer vermiştir (Watson, 2016). Bu durum sanat ve bilimin birebirinden beslenebileceğine de örnek teşkil etmektedir.

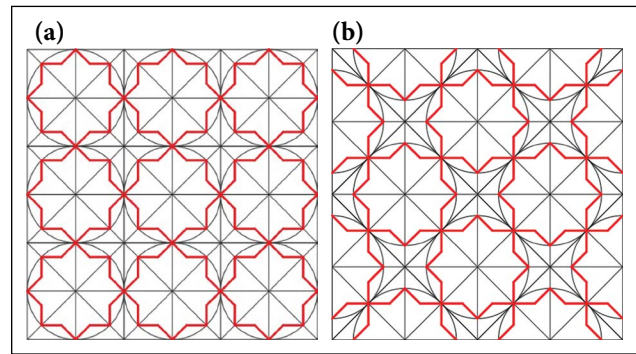
Escher, Öklid geometrisi ile ürettiği çalışmalarını kendi döneminde doğan yeni Öklid dışı geometrilere de entegre etmiştir. Döneminin önde gelen matematikçilerinden H.S.M. Coxeter kendisine hayranlığını ileterek yazacağı makalede Escher'in iki simetri çizimine yer vermiştir. Makale, Öklid uzayında hiperbolik yüzeyi ve Poincare disk modelinde simetriyi tartışmaktadır. Coxeter, Escher'in çalışmalarını analiz eden makaleler yazmıştır ve onun buluşlarına ilham kaynağı olduğunu belirtmiştir (Coxeter, 1979).

Escher'in hiperbolik geometriye aktardığı çalışmalarından biri Şekil 12'de (geometrik analizi ile verilmiştir) verilen üçgen sistem notunu düştüğü çalışmasıdır. Şekil 13'de ise Escher'in bu çalışmasının hiperbolik geometri entegrasyonu ile çalıştığı eseri görülmektedir (illustration_MC_Escher, 2019).

Escherin çalışmasının geometrik zemininin birim hücresi Şekil 12'deki gibidir. Birim hücre altıgenin her köşesinden ve merkezden aynı yarıçaplı çemberlerin çizilmesi ile elde edilir. Bu çemberler on iki gen haline getirilirse Şekil 12'deki Mimar Sinan'ın mezarını çevreleyen mermer şebeke deseni ile Süleymaniye Camisi'nde hem mermer şebeke hem de iç avluda yer alan şadırvanın tunç kafeslerinde yer alan İslami geometrik desene ulaşılır.

Escher Şekil 12'de yer alan çalışmasını hiperbolik geometriye taşımıştır. Bu çalışması geometrik zemin analizi yapılarak Şekil 13'de sunulmuştur. Analizde belirli bir alan içerisinde merkeze doğru sonsuz küçülme elde edilmiştir. Bu durum matematikte yer alan limit kavramının bir nevi görseli niteliğindedir. Üç boyutlu bir hiperboloidin iki boyutta bir izdüşümü olarak da görülebilmektedir.

Escher'in ulaştığı bu hiperbolik çalışmasını incelendiğimizde yüzeyin bükülmesinden kaynaklı olarak Öklid geometrisinden farklı kare ve açılar elde edilmiştir. Elde edilen



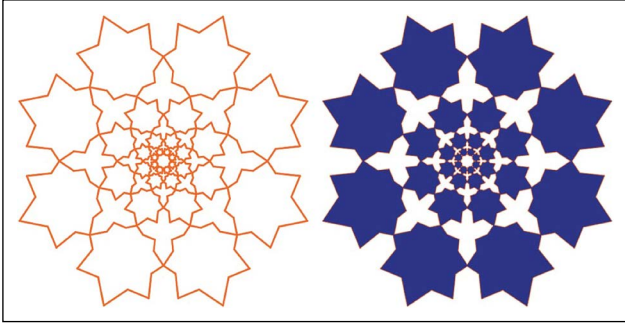
Şekil 14. İki farklı İslami geometrik desen (45°'li varyasyonları).

zeminin geometrisi ve renklendirilmiş formu Şekil 13'de sunulmuştur. Bu geometri bizi Öklid geometrisinden çıkartıp hiperbolik geometriye taşımaktadır.

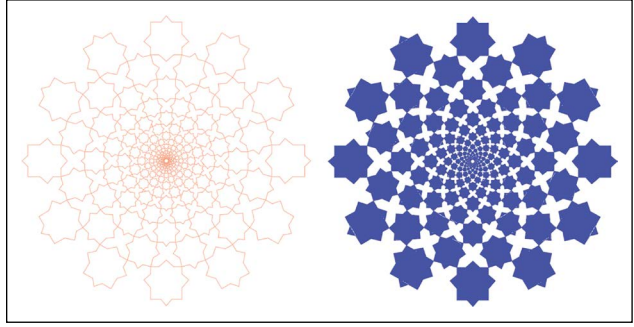
Buradan hareketle Escher'in merkez açıyı sekize bölerek elde ettiği hiperbolik geometri zeminine İslam sanatında geometrik desenler ile uygulamalar yapılabilir. Şekil 14'de yer alan kare zeminli İslami geometrik desen ve bu desenin 45° dönme simetrisi ile elde edilmiş Şekil 14'deki ikinci desen, hiperbolik zeminde merkez sekiz ve 12'ye bölünerek uygulanmıştır. Bu uygulama sonucunda Şekil 15, Şekil 16 ve Şekil 17'de yer alan geometrik desenlere ulaşılmıştır. Farklı iki İslami geometrik desen merkez 12'ye bölünerek elde edilen zemine uygulanmıştır ve Şekil 18'de yer alan desen tasarımlarına ulaşılmıştır.

SONUÇ VE ÖNERİLER

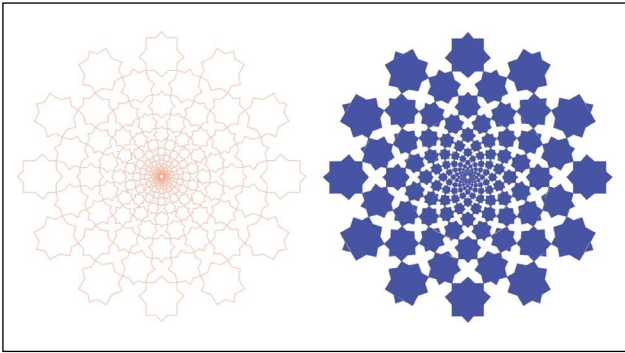
Bu makalede matematiğin uygulama sanatı olarak kabul edilebilecek İslam sanatında geometrik desenlerin yeni tasarımları araştırılmıştır. Araştırma İslami geometrik desenlerden ilham alan M. C. Escher'in çalışmaları incelenerek gerçekleştirilmiştir. Escher'in İslami geometrik desenleri zemin olarak kullanıp bu zemin üzerine figürler yerleştirdiği çalışmalarında aynı geometrik yapıları kare ve eşkenar üçgen zeminine aktardığı görülmüştür. Escher'in bu yöntemi bir İslami geometrik desene uygulanarak elde edilen yeni desenin yine bir İslami geometrik desen olduğu sonucuna ulaşılmıştır.



Şekil 15. Desen 1'in merkez sekize bölünerek oluşan zeminde uygulaması.



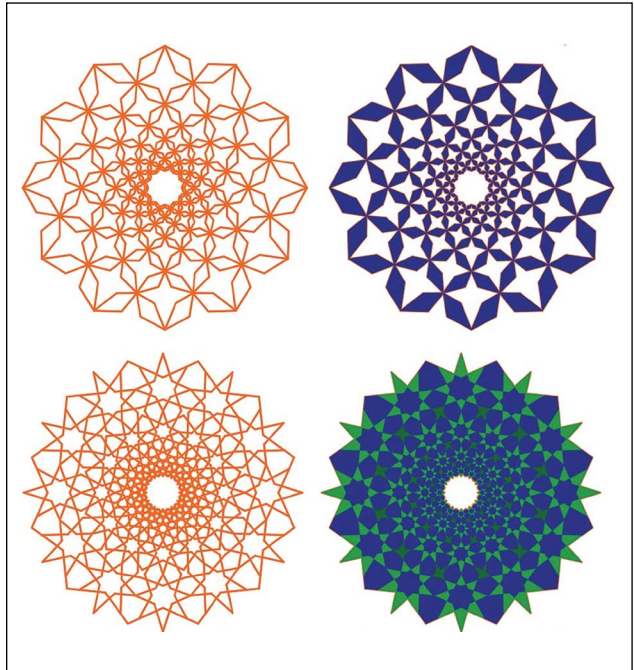
Şekil 17. Desen 2'nin merkez 12'ye bölünerek oluşan zeminde uygulaması.



Şekil 16. Desen 1'in merkez 12'ye bölünerek oluşan zeminde uygulaması.

Escher bilimsel makalelerden yararlanarak sanatına yön vermiş, tasarımlarını kendi dönemine taşımıştır. İslami geometrik desenler ile başlayan çalışmalarına bilimsel yaklaşımları entegre ederek bilim insanlarına ilham kaynağı olan çalışmalar yapmıştır. Makalede Escher'in bu çalışmaları bir örnekle incelenerek hiperbolik geometriye ulaşılmıştır. Ulaşılan hiperbolik zemine İslami geometrik desen örneklerinden uygulamalar yapılarak sunulmuştur.

Makalede araştırma sonucunda elde edilen tasarımlar İslam sanatında geometrik desenlerde yeni yaklaşımlara birer örnek teşkil etmektedir. Kare ve eşkenar üçgen birim hücreli desenlerin birbirine aktarımı ile yeni desen tasarımlarına ulaşıldığı görülmüştür. Benzer yaklaşımla bir İslami geometrik desenin sahip olduğu birim hücrenin çokgen yapısı farklı çokgenlere aktarılarak desenlerin farklı varyasyonlarına ulaşılabilir. Ayrıca bir İslami geometrik desenin Öklid geometrisindeki çokgen zemini Öklid dışı geometrilere aktarılarak yeni tasarımlar elde edilebilir. Desenlerin kuadratik yüzeylere aktarımı pannelleme metodu ile veya Gauss eğrilikleri hesaplanarak sağlanabilir. Matematik, geometri, fizik ve kristalografi alanlarındaki gelişmeler ile İslam sanatında geometrik desenlerde uygulamalar yapılabilir. Ayrıca Escher'in burada yer almayan diğer çalışmaları incelenerek ulaşılan farklı geometri zeminlerinde İslami geometrik desen uygulamaları yapılabilir.



Şekil 18. Farklı iki İslam sanatında geometrik desenin aynı yönle, merkez 12'ye bölünerek oluşan zeminde uygulamaları.

Etik: Bu makalenin yayınlanmasıyla ilgili herhangi bir etik sorun bulunmamaktadır.

Hakem Değerlendirmesi: Dış bağımsız.

Çıkar Çatışması: Yazar, bu makalenin araştırılması, yazarlığı ve/veya yayınlanması ile ilgili olarak herhangi bir potansiyel çıkar çatışması beyan etmemiştir.

Finansal Destek: Yazar bu çalışma için finansal destek almadığını beyan etmiştir.

Ethics: There are no ethical issues with the publication of this manuscript.

Peer-review: Externally peer-reviewed.

Conflict of Interest: The author declared no potential conflicts of interest with respect to the research, authorship, and/or publication of this article.

Financial Disclosure: The author declared that this study has received no financial support.

KAYNAKLAR

- Gomez, R. P. (2018). Junta de Andalucia, 55.
- Watson, C. (2016). *Tessellation Art*. <https://www.tessellationart.com/review-the-amazing-world-of-m-c-escher/#> Accessed June 8, 2021.
- Symmetry, 1937–1967. (2019, Haziran 05). M. C. Escher-The Original Website: <https://mcescher.com/gallery/symmetry/> Accessed June 8, 2021.
- Bool, H., Kist, R., Wierda, F., & Locher, J. (1992). *MC Escher: Hayatı ve Komple Grafik Çalışması*. Harry N. Abrams, Inc.
- Cambaz, M. (2014, Haziran 3). Mustafa Cambaz: https://www.mustafacambaz.com/details.php?image_id=39555 Accessed Dec 12, 2021.
- Coxeter, H. (1979). The non-euclidean symmetry of escher's picture 'circle limit III'. *Leonardo* 12, 19-25. [CrossRef]
- Erten Bilgiç, D., & Hosny Abdelhamid, E. (2019). Importance of water in beliefs and religions & its influence on architecture Alhambra Palace example. *Türk & İslam Dünyası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 20, 56-76. [Turkish]
- Illustration: MC_Escher. (2019, Nisan 21). Internet Archive: https://archive.org/details/illustration_MC_Escher/page/n47/mode/2up Accessed Dec 12, 2021.
- Karaçay, T. (2001, Mayıs). *Bilim Nedir? bkz. Neden matematik öğreniyoruz?* Başkent Üniversitesi. <http://mail.baskent.edu.tr/~tkaracay/etudio/agora/math/NedenMat.htm> Accessed June 8, 2021.
- Lockhart, P. (2018). *Ölçüm - Gerçeklik ve Hayal Gücü* (E. Kılıç, Çev.). Tubitak, 1-3.
- Makarov, A. (2021, Mayıs 2). Xataka. <https://www.xataka.com/especiales/paseo-matematico-alhambra-cuando-arte-se-basa-numeros-2> Accessed Nov 15, 2021.
- Pólya, G. (1924). Über die analogie der kristallsymmetrie in der ebene. *Zeitschrift für Kristallographie- Crystalline Materials*, 278–282. (German) [CrossRef]
- Schattschneider, D. (2010). The mathematical side of m. c. escher. *Notices Of The Ams*, 706-718.
- Türk Dil Kurumu Bakanlığı. (1983). *Bilim ve Sanat Terimleri Sözlüğü bkn. uzbilim*. Kasım 21, 2021 tarihinde Türk Dil Kurumu Sözlükleri: <https://sozluk.gov.tr/> Accessed Nov 15, 2021.
- Türk Dil Kurumu Bakanlığı. (2019). *Güncel Türkçe Sözlük bkz. sanat* <https://sozluk.gov.tr/> Accessed Nov 15, 2021.
- Ülger, A. (2006). *Matematik Kısası bir Tarihi*. <http://home.ku.edu.tr/~aulger/index.htm> Accessed July 21, 2021.
- Şekil Kaynakça**
- Görsel 1: *Symmetry, 1937 – 1967*. <https://mcescher.com/gallery/symmetry/> Accessed June 21, 2021.
- Görsel 2: Kara, E. *Dört simetri örneği*, Dijital çizim
- Görsel 3: Pólya, G. (1924). Über die analogie der kristallsymmetrie in der ebene. *Zeitschrift für Kristallographie - Crystalline Materials*, 278–282. [CrossRef]
- Görsel 4a: *Un paseo matemático por la Alhambra: cuando el arte se basa en los números*. <https://www.xataka.com/especiales/paseo-matematico-alhambra-cuando-arte-se-basa-numeros-2> Accessed June 6, 2021.
- Görsel 4b: *Un paseo matemático por la Alhambra: cuando el arte se basa en los números*. <https://www.xataka.com/especiales/paseo-matematico-alhambra-cuando-arte-se-basa-numeros-2> Accessed June 6, 2021.
- Görsel 4c: La Alhambra, Abstracción y Belleza: Álgebra y Geometría. <https://en.calameo.com/read/0049246973a-10203aaa68> Accessed June 6, 2021.
- Görsel 5a: CS 1101 Computer Science. <http://www.cs.bc.edu/~muller/teaching/cs1101/s16/asst/3/> Accessed June 9, 2021
- Görsel 5b: *Review: The amazing world of M C Escher*. <http://www.tessellationart.com/review-the-amazing-world-of-m-c-escher/> Accessed July 8, 2021.
- Görsel 5c: *Review: The amazing world of M C Escher*. <http://www.tessellationart.com/review-the-amazing-world-of-m-c-escher/> Accessed July 8, 2021.
- Görsel 6a: Kara, E. *Elhamra Sarayına ait bir desenin birim hücre çizim aşamaları*. Kişisel arşiv (Dijital çizim)
- Görsel 6b: Kara, E. *Elhamra Sarayına ait bir desenin simetri eksenleri*, Kişisel arşiv (Dijital çizim)
- Görsel 6c: Kara, E. *Elhamra Sarayına ait bir desenin simetri yayılmış formu*, Kişisel arşiv (Dijital çizim)
- Görsel 7: *Symmetry, 1937 – 1967*. <https://mcescher.com/gallery/symmetry/> Accessed June 21, 2021.
- Görsel 8: *Symmetry, 1937 – 1967*. <https://mcescher.com/gallery/symmetry/> Accessed June 21, 2021.
- Görsel 9: *Symmetry, 1937 – 1967*. <https://mcescher.com/gallery/symmetry/> Accessed June 21, 2021.
- Görsel 10: *Symmetry, 1937 – 1967*. <https://mcescher.com/gallery/symmetry/> Accessed June 21, 2021.
- Görsel 11a: Kara, E. *Elhamra Sarayına ait bir desenin üçgen zemine aktarımı*, Kişisel arşiv (Dijital çizim), 2021
- Görsel 11b: Kara, E. *Elhamra Sarayına ait bir desenin üçgen zemine aktarım birim hücresi*, Kişisel arşiv (Dijital çizim), 2021
- Görsel 11c: Kara, E. *Elhamra Sarayına ait bir desenin üçgen zemine aktarımı ile elde edilen desenin yayılmış formu*. Kişisel arşiv (Dijital çizim), 2021
- Görsel 11d: *Mahmut Bey Camii*. https://www.mustafacambaz.com/details.php?image_id=39589 Accessed June 12, 2021.
- Görsel 12a: *Symmetry, 1937 – 1967*. <https://mcescher.com/gallery/symmetry/> Accessed June 21, 2021.
- Görsel 12b: Kara, E. *Escher'in üçgen sistem çalışmasının geometrik zemini ve on ikigen formu*. Kişisel arşiv (Dijital çizim), 2021.
- Görsel 12c: Kara, E. *Mimar Sinan'ın türbesi ve Süleymaniye Cami şadırvan korkuluğu fotoğraf*. Kişisel arşiv, 2021.
- Görsel 13a: *Illustration: MC_Escher*. https://archive.org/details/illustration_MC_Escher/page/n47/mode/2up Accessed June 21, 2021.
- Kara, E. *Escher'in hiperbolik üçgen sistem çalışmasının geometrik zemini*. Kişisel arşiv (Dijital çizim), 2021

- Görsel 13b: Kara, E. *Escher'in hiperbolik üçgen sistem çalışmasının geometrik zemini ve renklendirilmesi*. Kişisel arşiv (Dijital çizim), 2021
- Görsel 14: Kara, E. *İki farklı İslami geometrik desen (Selçuklu Yıldızı) (45°'li varyasyonları)*. Dijital çizim, 2021
- Görsel 15: Kara, E. *Selçuklu Yıldızı merkez sekize bölünerek oluşan hiperbolik zeminde uygulaması*. Kişisel arşiv (Dijital çizim), 2021
- Görsel 16: Kara, E., *Selçuklu Yıldızı merkez on ikiye bölünerek oluşan hiperbolik zeminde uygulaması*. Kişisel arşiv (Dijital çizim), 2021
- Görsel 17: Kara, E. *Selçuklu Yıldızı (45°) merkez on ikiye bölünerek oluşan hiperbolik zeminde uygulaması*. Kişisel arşiv (Dijital çizim), 2021
- Görsel 18: Kara, E. *Farklı iki İslam sanatında geometrik desenin, merkez 12'ye bölünerek oluşan zeminde uygulamaları*. Kişisel arşiv (Dijital çizim), 2021.